Lógica y lenguajes

Daniel Clemente Laboreo.

Diciembre 2005

Resumen

En esta obra estudiaré los diferentes lenguajes que se han usado en la historia para *hacer lógica*: lógica de primer orden, de órdenes superiores, clásica, lógica ilógica, y otros. Hablaré especialmente del más común de todos -el lenguaje natural- pero también de lenguajes artificiales, a menudo considerados como "más lógicos".

1 Introducción

La lógica consiste en estudiar cómo piensan y hablan las personas (de hecho, uno de los significados del griego λόγος es el de *palabra*). Pero, debido a la gran cantidad de cosas en las que podemos pensar y a la complejidad de los conceptos, nos hemos tenido que inventar una simplificación de nuestro lenguaje mental, mediante mecanismos como la abstracción.

Lo interesante es que *hay muchas maneras* de encontrar este lenguaje equivalente, y algunos, como Leibniz o Llull, ya pasaron mucho tiempo buscándolo. Ahora ya tenemos muchos sistemas, como la lógica de términos, la lógica matemática, la de primer orden, la de segundo, etc.

Pero la gente *de la calle* no conoce todo esto, y en cambio, "*hace lógica*", incluso en la época de los romanos. El sistema usado en este caso es el lenguaje, que es muy expresivo, pero por otra parte, impone limitaciones. Por ejemplo, la *hipótesis de Sapir-Whorf* propone que: [WP]

> Hay una relación sistemática entre la gramática de la lengua que habla una persona y de su forma de entender el mundo y actuar.

Naturalmente, sólo es una hipótesis, pero que ha dado mucho que hablar, desde Bhartrihari en el siglo 6 d.C. (y muchos otros lingüistas indios) hasta nuestros días, cuando George Orwell nos muestra un completo ejemplo -en *Nineteen Eighty-Four*- de cómo el lenguaje *Newspeak* cambia la forma de razonar de los miembros del partido (ideas que son aprovechadas por políticos y publicistas). Otro que escribió sobre este tema fue el filósofo Ludwig Wittgenstein, que además acaba su *Tractatus Logico-Philosophicus* diciendo que "*Las cosas de las que no podemos hablar, debemos ignorarlas en silencio*".

Lo cierto es que es importante conocer nuestro lenguaje para entender cómo pensamos. La lengua no es una cosa que hayamos diseñado a medida, sino que se crea debido a las necesidades de cada colectivo, y éstas se heredan y nos vienen ya impuestas. Por ejemplo, si una tribu aislada ya puede hablar de todo lo que necesita con gestos, quizás no les haga falta ningún lenguaje para metafísica o matemáticas. Y de hecho, se ha visto que cuanto más primitivo es un pueblo, más lenguaje gestual usa (sobre todo los individuos menos cultos). [Rel46, p. 23]

En cambio, los idiomas artificiales pueden invertir el proceso, y ser diseñados y acabados *a priori* (antes de ser usados). Algunos sí que surgen por necesidad (como el esperanto para hacer de idioma universal[Zam00]), pero otros se hacen por diversión y para cambiar la forma de pensar. Como ejemplos: el Toki Pona obliga a pensar de forma simple (tiene 118 palabras), el Klingon obliga a ser rudo y complicarse, y el Lojban obliga a pensar de forma lógica e inambigua. Los lenguajes de programación, además, hacen pensar en términos mayores, como invariantes, bucles, algoritmos y resolución de problemas.

En la obra hablaré de varios sistemas lógicos que se han usado en la historia para formalizar el conocimiento, y los compararé con el lenguaje natural y artificial en temas de expresividad y de cómo tratan la lógico (variables, negación, imprecisión, razonamiento, etc.).

2 ¿Cómo pensamos las personas?

Primero hay que saber con qué objetos trabajamos al usar un sistema lógico. En este caso, se trabaja con conocimiento (ideas, conceptos) que manejamos mediante el razonamiento. La ciencia que estudia el conocimiento "a bajo nivel" es la *epistemología*.

2.1 ¿Qué es el conocimiento?

En un libro de Inteligencia Artificial vi una frase parecida a:

> We starve for knowledge, but drown in information

O "*Estamos sedientos de conocimiento, pero nos ahogamos en la información*". Parece que el conocimiento son las cosas útiles que extraemos de la información que llega de nuestro entorno. Y a la vez, la información también es el resultado de haber procesado datos y más datos[1].

No *conocemos* una definición aceptada por todos. Platón, en el diálogo *Theaetetus* (369 aC), dice que Sócrates considera el conocimiento como una *creencia cierta justificada*. O sea, que ha de cumplir tres condiciones: [WP]

[1] Esto es lo que nos explicaban en clase de estadística.

- Ha de ser *justificable.* Muchas cosas se pueden justificar (creencias, acciones, emociones, proposiciones, leyes, teorías, ...). Hay muchos métodos para justificar una creencia: se puede usar un sistema lógico, demostrar por inducción, comprobar de forma empírica, etc.

- Ha de ser *cierto.* Esto es muy complicado de decidir, ya que hay muchas teorías sobre la verdad. Filósofos y lógicos se han pasado siglos discutiendo sobre esto: unos creen que ser cierto es una propiedad de las frases (*teorías robustas*); otros, que no hace falta hablar del predicado "*ser verdad*", sino que todo lo que decimos ya se considera un juicio sobre la certeza (*teorías deflacionarias*); otros dicen que "*nada es verdad o es mentira, todo depende del color del cristal con que se mira*", etc.

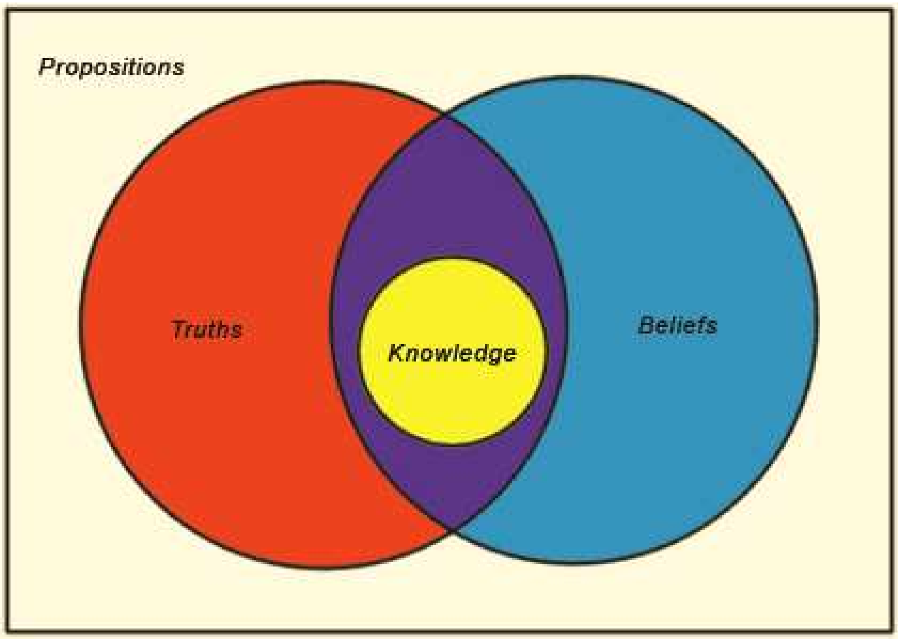
- Tiene que ser *creído* por alguna persona (si no, sería desconocimiento, no conocimiento).

Pero cumplir todo esto puede ser difícil o imposible. Además, el conocimiento ha de ser útil; normalmente nosotros pensamos y razonamos sólo cuando hace falta, por tanto queremos conocimiento reutilizable.

Pero dejaré este tema para la epistemología, y hablaré de cómo representamos nosotros el conocimiento. Todo esto (almacenamiento y razonamiento) son cosas que los humanos hacemos muy bien en la práctica, pero que cuando se intentan imitar en la teoría no se consiguen.

2.1.1 Conocimiento y creencia

Según [WP], Platón clasifica el conocimiento, creencias, verdades y proposiciones así:



O sea, no todas las creencias son ciertas, y sólo una parte de las que lo son se pueden considerar conocimiento. El resto de creencias ciertas son aún no demostradas.

2.1.2 ¿En qué lenguaje lo guardamos?

¿Cómo guardamos y expresamos nuestras creencias y conocimiento? Si no sabemos ni qué es el conocimiento, de esto se sabe aún menos. Hay varias alternativas:

Por ejemplo, algunos creen que tenemos un lenguaje interno (*mentalés*) que usamos para pensar; esto se explica en [Sta04] y entra en el campo de la psicolingüística, también muy complicado y poco demostrable.

Otros creen que obtenemos y procesamos la información en forma de imágenes, dibujos, símbolos y diagramas. [WP]

Pero, si hemos de tener algún lenguaje para guardar información, yo creo que no será el binario (como en lógica proposicional), ni uno fijo (como en lógica de predicados); tendrá que ser más cercano al lenguaje natural. Si el lenguaje realmente afecta a nuestra forma de pensar, es factible que nos haya cambiado el modelo de representación. Además, no es ningún disparate el concepto de "pensar en inglés", "pensar en latín", o "pensar en tu propio idioma" (bueno, quizás pensar en latín sí). Los cursos de idiomas siempre dicen que al final acabarás "pensando en ese idioma". ¿Quiere decir que escogemos un lenguaje natural para pensar?

2.2 Justificaciones

Un objetivo importante de la epistemología es encontrar formas de justificar proposiciones. Pero hay muchas doctrinas en este tema, por ejemplo: [WP]

El **nihilismo** se resume en: "*nada existe, ni siquiera la realidad; no hace falta intentar entenderla*". Una creencia muy cómoda de la que que hablan los filósofos (Friedrich Heinrich Jacobi, Immanuel Kant, Demócrito, ...), pero que no gusta a los lógicos porque les dejaría sin trabajo.

El **misticismo** es otra tendencia que permite obtener conocimiento por métodos no racionales. Por ejemplo: una cosa es cierta porque yo la quiero mucho, o porque me siento más feliz si pienso que es cierta. Esto, que parece tan extraño, se sigue haciendo debido a las tradiciones, el "cuento de la vieja", y las pocas ganas de pensar. Las religiones, y basar la lógica en Dios (cosa que hacían muchos filósofos) también son ejemplos de esto.

Ya en el bando de los que creen en la razón, están los **escépticos**, que piensan que es inútil buscar una justificación a un hecho, ya que siempre podemos pedir la justificación de esta justificación, y así entrar en una recursión *ad nauseam*.

Entonces salen los **fundacionalistas**, que admiten que hay ciertos conocimientos que no requieren justificación (¡un nuevo problema para la epistemología!), y también los **coherentistas**, que dicen que un conocimiento no se debe justificar con otro, sino con todo el conjunto de conocimientos entero: si es compatible, es que es cierto. Pero claro, todo el sistema puede ser falso, y el que un nuevo conocimiento le sea compatible no lo hará cierto.

También se hace una división entre proposiciones sintéticas y analíticas. Una analítica puede ser demostrada sin requerir justificación, por ejemplo: "*Tú eres hijo de tu padre*". El predicado (*ser hijo de tu padre*) está incluido en el sujeto (*tú*), es una propiedad suya. En cambio, en una sintética, no pasa esto: "*Tú eres burro*". Esta distinción ya fue anticipada por David Hume, formulada por Kant, y reescrita por Frege. Wittgenstein escribe en su *Tractatus* que las frases analíticas *no expresan pensamientos* y no aportan nada nuevo. [WP]

2.3 Teorías epistemológicas

Un poco más de teoría sobre maneras de percibir el mundo, antes de empezar con los sistemas lógicos:

Los **empiristas** dicen que el conocimiento es producto de la experiencia humana, y que hemos de comprobar nuestras ideas con la realidad. Se asocia con la ciencia y el *método científico*, que ya sabemos que funciona, pero aún hay debate filosófico sobre el por qué funciona.

El **idealismo**, por otra parte, dice que el mundo externo que percibimos es todo una invención de nuestra mente, y por tanto las proposiciones pueden ser perfectamente ciertas sin tener que comprobarlas en la realidad.

Ejemplos, en George Berkeley, Immanuel Kant y Georg Hegel.

El **realismo naïve** (*realismo de sentido común*) dice que existe un mundo real y que es la causa de nuestras percepciones; por tanto, si estamos en una habitación y salimos, la habitación sigue estando allá.

El **fenomenalismo** dice que sólo existen las percepciones que recibimos de los objetos, no los objetos en sí. Basado en ideas de George Berkeley.

El **pragmatismo** dice que el conocimiento son las cosas útiles para resolver problemas.

El **racionalismo**, que ya tenemos ideas innatas, pero que las justificamos con la experiencia. Es eso del "*Cogito ergo sum*" de Descartes. Ejemplos: Spinoza (que "demuestra" que sólo existe una sustancia, que es Dios), y Leibniz, (que dice que hay infinitas sustancias, las Mónadas).

El **representacionalismo** dice que no podemos ver el mundo externo directamente, sino sólo la representación que nos hacemos.

El **relativismo**, como dijo Protágoras, establece que todas las cosas son ciertas y en un estado de flujo, que a veces muestra su certeza y otras la oculta. Y que no hay verdad objetiva, sino que lo que es cierto para uno puede no serlo para otro.

Otro punto de vista, moderno, es la *semántica general* (General Semantics, Korzybski, 1933), que dice cosas interesantes como: "*el mapa no es el territorio*", "*la palabra no es la cosa definida*", "*la realidad no se puede modelar con la lógica de Aristóteles*", "*no hay dos cosas idénticas, sino similares*", y "*el espacio donde vivimos no se describe bien con la geometría euclidiana*". Martin Gardner criticó duramente esta pseudo-filosofía en 1952. [WP]

Todo esto sirve, aparte de como vocabulario para poder catalogar a los filósofos, para ver que hay muchas maneras de entender qué es el conocimiento, y por tanto sería muy difícil encontrar un lenguaje perfecto que permitiese escribir "el conocimiento" de todos éstos.

Ahora sí que toca empezar con lógica.

3 Algunos sistemas lógicos

La historia de la lógica es muy larga, y se combina con ciencias tan complejas como la filosofía, aún más antigua y movida. En [Bri04] podemos encontrar muchas tendencias y filósofos que las han desarrollado, y en [WP, Logic] están clasificadas y explicadas, junto con visiones alternativas al qué es *lógica*, por ejemplo: *lógica es hacer juicios* (Immanuel Kant), *lógica es el estado de las cosas* (Adolf Reinach), o *lógica es cualquier manipulación de símbolos*.

Empezaré explicando en qué consiste un sistema lógico, daré una clasificación, y después hablaré un poco de algunos de ellos.

3.1 Qué pedimos a un sistema lógico

En mi opinión, los sistemas que nos inventamos para hacer lógica han de permitir dos operaciones:

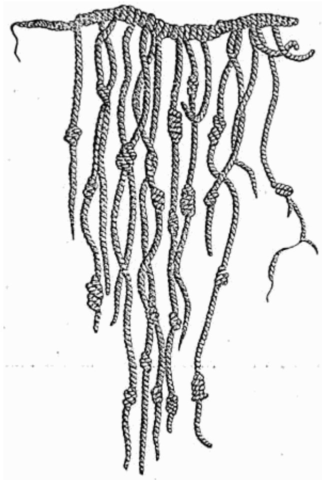
1. **Formalización**: traducción de las ideas que tenemos en la cabeza al lenguaje escogido.
2. **Razonamiento**: manipulación de los conceptos mediante las operaciones permitidas por el lenguaje.

Habría una tercera fase, **desformalización** (entender la nueva información generada en el razonamiento), pero no la pongo porque considero que la formalización es un proceso bidireccional, y el razonamiento, cerrado (es lo habitual en los mecanismos usados por los humanos).

Las dos fases son imprescindibles para expresar razonamientos, y una ha de combinar con la otra. Si esto no pasa, el lenguaje pierde eficiencia. Por ejemplo:

3.1.1 Formalización sin razonamiento

Parece que el imperio inca usaba -c. 3000 aC- un sistema de representación de números (y puede que ideas) algo especial: el **quipu**, que consiste en hacer nudos y teñir de colores cuerdas de algodón o de pelo de llama. Algunos podían tener hasta 2000 tiras; eran verdaderas *cadenas* codificadas en base 10. [WP]



Este método puede que les fuera bien para representar información estática, pero tiene el problema de que es demasiado complicado manejar esta información. Hacer nudos, cortar, retorcer y combinar tiras es mucho más lento que pensar. Además, la pintura de los nudos se perdió con el tiempo, y por eso ni siquiera ahora se han conseguido descodificar por completo.[Rel46, p. 25]

3.1.2 Razonamiento sin formalización

Por otra parte, tenemos muchos ejemplos de lógicos y matemáticos que han intentado basar todo el pensamiento en números, sobre todo en los naturales.

Los pitagóricos creían en las *mónadas*, y creían que el universo estaba -literalmente- construido a base de números. Esto lo sabemos gracias al libro *Vidas y opiniones de filósofos eminentes*, de Diógenes Laertius (siglo 3, 4 ó 5 dC). [WP]

Y Leibniz también pensaba en combinar conceptos mediante la multiplicación de números primos. Dicen [2] que:

> With his characteristic blend of genius and insanity, Leibniz had conceived of a project in which the simple constituents of concepts would be represented by prime numbers and their composition by multiplication. From the Chinese number theorem [sic] (and certain assumptions about the nature of truth) he inferred that –given this "perfect language"– could be resolved by appeal to the algorithm of division.

Quizás Gödel también se inspiró en esta idea cuando diseñó su mecanismo de codificación, ya que también usa el teorema chino de los restos en su teorema de incompletitud de 1931, y aprovecha la idea de elevar un número primo a un exponente que representa un concepto básico.

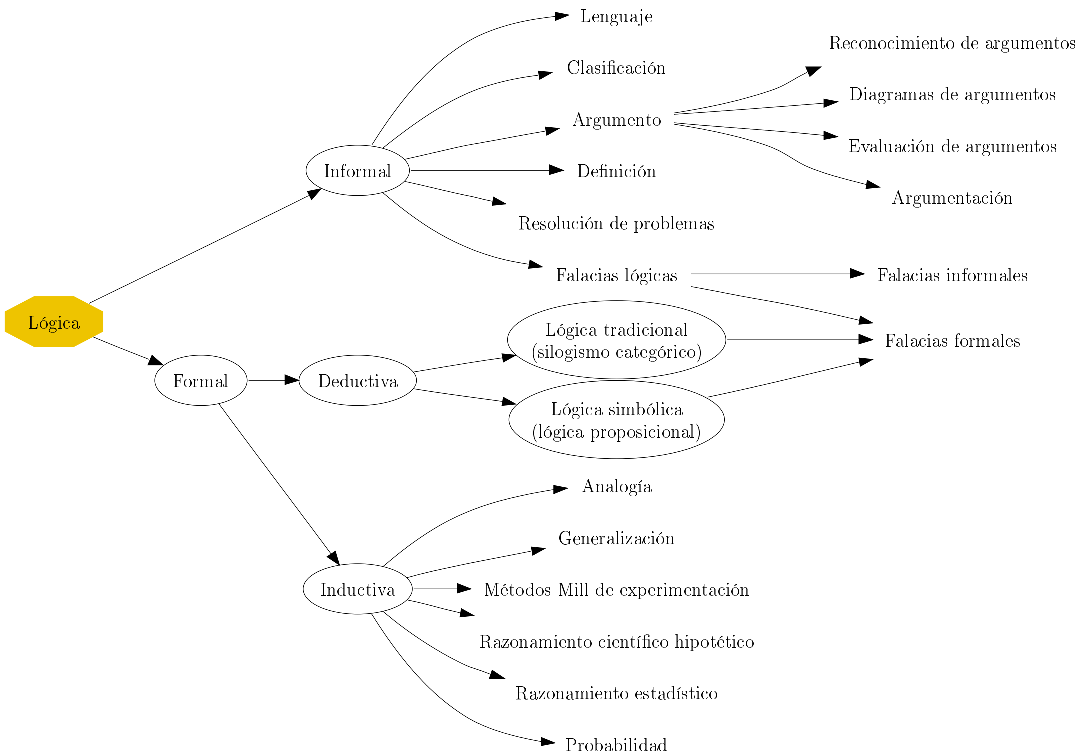
Todo esto está muy bien; sería muy cómodo trabajar con elementos de $\mathbb{N}$, pero el problema es la formalización: la gödelización es demasiado complicada para ser hecha por los humanos, y además, nos encontramos con los conjuntos no enumerables, como $\mathbb{R}$, $\wp(\Sigma^*)$ (con Σ cualquier alfabeto), o las clases de funciones (como $F_{\mathbb{N}} = \{f \mid f \text{ es una función } \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}$); todos conjuntos interesantes pero que no tienen biyección con $\mathbb{N}$. [Loz05, tema 5]

Por tanto, aunque sumar y multiplicar sea muy fácil, no usamos mucho este sistema debido a la formalización.

3.2 Clasificación

Hay muchas ramas en la lógica, y muchos sistemas diseñados para *hacer lógica*. En [Blu02] encontramos una posible clasificación:

[2] J. Alberto Coffa, "**The semantic tradition from Kant to Carnap: to the Vienna station**", 1993, Cambridge University Press. Mencionado en el weblog de Richard Zach, entrada del 23 de junio de 2005.



La diferencia principal se encuentra entre los sistemas formales (más teóricos) y los informales (más prácticos). Parece que históricamente, se ha ido evolucionando desde una lógica informal hasta métodos más formales y teóricos, para llegar a la lógica simbólica; quizás es debido a necesidades cada vez más complejas. [WP]

Las diferencias entre la formal y la informal son:

3.2.1 Lógica formal

La lógica formal hace abstracciones de los razonamientos que hacen las personas, y los expresa mediante fórmulas que usan símbolos especiales, como P, Q, $\vdash$, $\forall$, etc. (por tanto, tiene una notación). También establece un conjunto de reglas teóricas que dicen qué es posible hacer y qué no para deducir cosas nuevas.

Hay lógicas formales muy antiguas, como la llamada *tradicional* (la que escribió el Aristóteles, y usada desde mucho antes). En aquellos tiempos estaban de moda los silogismos (una conclusión deducida de dos premisas), y su notación fue usada durante mucho tiempo.

Pero también son lógicas formales muchas de las modernas, como las que proponían Leibniz, Boole o Hilbert. Su resultado (*lógica proposicional*, *lógica de primer orden*, y otras) es un sistema más abstracto y complejo de entender para los filósofos, ya que cada vez se parece más a las matemáticas. Por eso se llama a estas lógicas *lógica matemática* (además de *lógica simbólica*), pero no porque traten de la *lógica de las matemáticas*, sino de las *matemáticas de la lógica*. Para acabar de complicarlo, la parte contraria (matemática basada en la lógica) la promovía David Hilbert en su programa de 1920.

3.2.2 Lógica informal

La lógica informal, por otra parte, es la más antigua de todas, quizás por su utilidad práctica. Consiste en el estudio del pensamiento crítico, y de cómo hemos de hablar para convencer a la gente. Esto ya lo quería hacer Llull (para cambiar de opinión a quien no pensase como él), pero todos los filósofos anteriores ya se habían dedicado mucho a estudiar todo eso, ya sea cuando hablaban de retórica o dialéctica, de falacias, o de argumentos.

En la parte de la lógica que quieren conocer los políticos, los vendedores y estafadores, los jueces y abogados, y otros "profesionales". Pero como hay que conocer la lógica formal para entender la informal, muchos acaban en el terreno de las falacias. Normalmente esto no parece ningún problema, ya que la gente en general tampoco entiende este tipo de lógica; aunque desde hace mucho, los lógicos han intentado enseñar todo esto el público sin mucho éxito.

En la lógica informal intervienen muchos campos, y entre ellos, el estudio del lenguaje es uno muy importante. De hecho, ya en las universidades de la edad media, como en Oxford, lo primero que se estudiaba era el *trivium*: gramática, retórica y lógica (dialéctica), y el segundo curso era ya para el *quadrivium* (aritmética, geometría, música y astronomía).[WP] En cambio, en los estudios actuales hemos transformado eso además de 10 años continuos de gramática y matemáticas, con los resultados ya mencionados sobre la penetración de la lógica.

3.3 Lógica de términos

El primer sistema lógico del que hablaré es quizás el más antiguo, la lógica de términos. Es el sistema que explicó Aristóteles en el *Organon*, pero continuó sin cambios hasta que llegó la *lógica de predicados*, en el siglo XIX.

Intervienen tres cosas:

- **Término**: es una idea, pero que no es ni cierta ni falsa. Por ejemplo, "hombre" o "mortal" (famosos ejemplos).

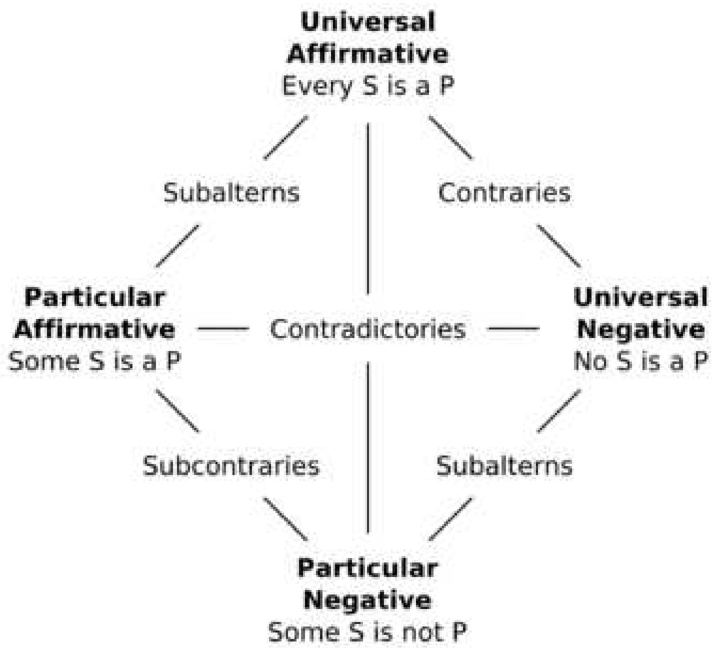
- **Proposición**: consiste en dos términos, de forma que a uno se le afirma o niega el otro. Esto sí que tiene valor de verdad. Ejemplo, "los mortales no son hombres".

- **Silogismo**: inferencia donde una proposición se deriva necesariamente de otras dos.

Se le llama *lógica de términos* porque en cada proposición hay dos términos. Pero además, cada proposición puede ser *universal* o *particular*, y también *afirmativa* o *negativa*. Por tanto, quedan cuatro tipos:

- **Tipo A**: universal y afirmativa ("todos los perros son mortales")
- **Tipo I**: particular y afirmativa ("algunos ejemplos son absurdos")
- **Tipo E**: universal y negativa ("ningún filósofo es rico", o "todos los filósofos son no ricos")
- **Tipo O**: particular y negativa ("algunos perros no son filósofos")

Entonces, Aristóteles proponía un *cuadrado de oposición* que indica las incompatibilidades entre las 4 versiones de una proposición. De [WP]:



Y dice que:

1. Al menos uno de los universales ha de ser falso
2. Las proposiciones contradictorias tienen valores de verdad opuestos
3. Los universales hacen que sean ciertos sus *subalternos*
4. Al menos una de las 4 opciones es cierta

Esto tiene un error grave, y se ve con la proposición "todos los S son P". En la lógica moderna, esto no quiere decir que *exista* ningún S, pero Aristóteles -según el punto 3- quiere implicar que "algunos S son P", cosa que no cuadra ($\forall x Px \not\Rightarrow \exists x Px$). A este problema le llaman *problema del existencial importado*.

De esta lógica silogística viene el famoso ejemplo que conmemora la muerte de Sócrates:

> Todos los hombres son mortales.
>
> Sócrates es un hombre.
>
> Sócrates es mortal.

Pero aquí se ha añadido un concepto nuevo: los *términos singulares*. No decimos "Todos los Sócrates son hombres" ni "Algunos Sócrates son hombres", pero Aristóteles ya explica en el libro *Metafísica* que no se puede afirmar "Sócrates" para más de una persona, y que por eso no decimos el $\forall$ ni el $\exists$. Más adelante se intentaron corregir estas complicaciones gramaticales; por ejemplo, Antoine Arnauld (1612-1694), en su *Lógica de Port Royal*, sugiere simplificarlo a "todos los Sócrates". En cambio, Frege (1848-1925) aprovecha estos problemas para desbancar a la lógica de términos.[WP]

La lógica de términos tiene otros problemas expresivos. Por ejemplo, no hay forma de decir cosas más complicadas que el silogismo, como "Existe un gato que se come a *todos* los ratones" (tendría dos cuantificadores). El *Begriffsschrift* de Frege fue la primera lógica en tratar bien los cuantificadores por medio de asignaciones a variables.

Además de la formalización, Aristóteles también impide muchos razonamientos; por ejemplo, sabemos que "todos los coches son vehículos", pero no podemos deducir que "todos los propietarios de un coche son propietarios de un vehículo".

Todo esto hace que, poco a poco, se abandone la lógica de términos. No fue un cambio brusco en 1890-1910 debido a las obras de Frege y Russell, sino que se tardó unos 70 años, e incluso Quine[3] (1908-2000) habla mucho en 1982 en su *Methods of Logic* (además de otros métodos, claro).

No obstante, algunos piensan que la lógica de términos se debería recuperar, ya que la *lógica de predicados* (la nueva) es demasiado artificial y lejana a los razonamientos que hacemos en la vida diaria, además de tener algunos problemas. Fred Sommers (1923-), en *The Logic of Natural Language*, propone una nueva silogística que podría funcionar; pero el problema, dice, es que:[WP]

> The older logic of terms is no longer taught and modern predicate logic is too difficult to be taught. School children a hundred years ago were taught a usable form of formal logic, today -in the information age- they are taught nothing.

[3]Una cita suya, de [WP]: "To be is to be the value of a bound variable"

3.4 Lógica proposicional

Ésta es la *lógica de predicados de orden cero* (LP0), y trabaja con conceptos sencillos que son ciertos o falsos (llueve, hace sol, etc.). En la de orden 1 ya aparecen variables ("el día x llueve", "el día x llueve en la comarca y", etc.), y en la de orden 2 aparecen variables y predicados ("todo fenómeno meteorológico f de los anteriormente mencionados tiene un día x en el que ocurre").

Como en LP0 no hay variables, tampoco hacen falta los cuantificadores. Su sintaxis es muy sencilla: [Sal98, p 3]

1. Todo átomo (P, Q, R, S, ...) es una fórmula bien formada.
2. Si A es una fórmula bien formada, $\neg A$ también lo es.
3. Si A y B son fórmulas bien formadas, también lo son $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ y $(A \Rightarrow B)$.
4. No hay más fórmulas.

Además, permite hacer razonamientos de forma fácil, con la *deducción natural* (explicación en [Cle04]). Por ejemplo, aquí va la demostración de $\neg A \vee B \vdash A \Rightarrow B$, que es un caso no tan trivial (ni tan *natural*):

1	$\neg A \vee B$	
2	A	H
3	$\neg A$	H
4	$\neg B$	H
5	A	IT 2
6	$\neg A$	IT 3
7	$\neg\neg B$	I$\neg$ 4,5,6
8	B	E$\neg$ 7
9	B	H
10	B	IT 9
11	B	E$\vee$ 1,8,10
12	$A \Rightarrow B$	I$\Rightarrow$ 2,11

La deducción natural intenta reproducir la manera de razonar que tenemos los humanos. Incluye las operaciones lógicas más antiguas, como la *reducción al absurdo*, ya usada por Pitágoras 5 siglos aC. en la demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ (mucho antes que Aristóteles pensase su lógica de términos).

Aunque creada por los humanos desde hacía tiempo, fue formalizada en los años 1930. Jan Lukasiewicz [4] sugirió la idea en 1926, y Jaskowsky hizo un intento (sin mucho éxito) el 1929, usando diagramas. Fue el alemán Gerard Gentzen (1909-1945) que en 1935 y en Göttingen introdujo el primer modelo funcional. [WP]. Pero el modelo de Gentzen era un poco complicado, y -por suerte- Fitch inventó (en 1944) una notación más sencilla, que es la que aparece en el diagrama de arriba.

La mayoría de razonamientos de los que las personas discutimos habitualmente pueden ser escritos sin muchos problemas con lógica proposicional y ser demostrados con deducción natural. Refutar argumentos es más complicado: se puede hacer por resolución, pero como no se parece mucho a nuestro lenguaje natural ni forma de pensar, lo que hacemos habitualmente es usar el argumento a refutar como hipótesis, inventar alguna cosa que dependa de éste, e intentar llegar a una contradicción (por tanto, *reductio ad absurdum*).

El problema que podemos encontrar es que la lógica proposicional no es muy expresiva si queremos hablar de relaciones. Por ejemplo, se puede formalizar "si Peano tiene razón pero Quine no, entonces Russell tampoco" como $P \wedge \neg Q \Rightarrow \neg R$. Pero cuando queremos decir "si Peano es amigo de Quine, y Quine de Russell, entonces Peano es amigo de Russell" ya necesitamos la lógica de primer orden: $Apq \wedge Aqr \Rightarrow Apr$.

3.5 Lógica de primer orden

La lógica de predicados de orden 1 es la más común ya que cubre las necesidades de la mayoría de usuarios. Es como LP0, pero incluye el uso de variables, cuantificadores ($\forall$ y $\exists$), y nuevas reglas de deducción natural para estos dos. Pero, claro, las variables tienen un dominio posible, una asignación, puede haber constantes, las fórmulas se pueden unificar, skolemizar, y maltratar de muchas otras maneras que antes no teníamos.

Por todo esto, la LP1 es suficiente para formalizar la teoría de conjuntos, y por tanto casi toda la matemática, excepto algunos temas de topología.

El problema es que, a diferencia de LP0, la lógica de primer orden no es decidible. No hay ningún procedimiento de decisión que nos permita decir, para una fórmula P, si P es válida o no. Este resultado lo encontraron de forma independiente Church y Turing.

Y para la validez, el problema de la decisión es semidecidible. Tal como dice el teorema de la *completitud* de Gödel del 1929, cualquier fórmula que sea lógicamente válida es demostrable. Así demostró la completitud de LP1, haciendo un gran favor a todos (Hilbert había demostrado la completitud de LP0, pero con LP1 no pudo).

[4] Que nació en Galicia, pero en la de Austria. Ahora ya no existe, y el territorio pertenece a Polonia y Ucrania (puede que lo hicieran para resolver la ambigüedad)

3.6 Lógica de segundo orden

LP2 (lógica de predicados de orden 2) es como LP1 pero puede cuantificar proposiciones además de variables. Es más expresiva, pero no tiene la propiedad de completitud (esto ha espantado a los lógicos y ha hecho que usen más la de primer orden). George Boolos[5] (1940-1996) vio que esta incompletitud sólo pasa en la lógica de segundo orden poliádica (predicados de n lugares, con $n > 1$), pero la monádica (con predicados de un solo lugar) es no sólo completa y consistente, sino también decidible. Incluso es mejor que la de *primer* orden poliádica. [WP]

La de segundo orden surgió de la presentación inicial de la lógica de predicados de Frege (la primera). Ya distinguía dos tipos de cuantificaciones diferentes (de variables o de predicados) pero no los clasificaba como lógicas distintas. Cuando los lógicos descubrieron la paradoja de Russell, vieron que había algo que no cuadraba, y la lógica de predicados se separó en dos: LP2 y LP1.

Esta paradoja, descubierta por Bertrand Russell en 1901, proponía considerar el conjunto de "todos los conjuntos que no se incluyen a ellos mismos como miembros":

$M = \{A \mid A \notin A\}$

Se contiene M a sí mismo? Si se contuviese ($M \in M$), no sería un miembro de M según su definición. Pero, si no se contiene ($M \notin M$), entonces ha de estar incluido en M, otra vez debido a la definición de M. Por tanto, tanto $M \in M$ como $M \notin M$ llevan a una contradicción.[6]

Russell escribió a Frege el 1902, justo cuando Frege iba a empezar a escribir el segundo volumen del *Grundgesetze der Arithmetik* (*Leyes básicas de la aritmética*). Y Gottlob Frege, que había basado toda su obra en la suposición de que la intensión y la extensión de un conjunto siempre coincidían, se deprimió mucho y pasó una época de crisis (1904-1908) sin ganas de hacer lógica.

La paradoja motivó que se hiciera una lógica de primer orden, donde conjuntos y propiedades no se pudiesen cuantificar.

Aunque cuando *hacemos lógica* normalmente pensamos en la de primer orden, los humanos también usamos la de segundo sin darnos cuenta. Por ejemplo, no es nada del otro mundo preguntar "¿En qué se parecen el Boole y

[5] no confundirlo con el original, Boole (1815-1864)

[6] Estamos diciendo que una proposición P (la de "M se incluye a sí mismo") parece no ser cierta ni falsa. Esto no cuadra porque sabemos que siempre pasa que $P \vee \neg P$, pero, ¿y si nos hacemos *intuicionistas* y no creemos en este *principio del tercero excluido*? Entonces sí que podría ser cierto eso...

Pero en realidad tampoco ayuda mucho: supongamos que tenemos $P \Leftrightarrow \neg P$. Entonces P implica $\neg P$, por tanto, $\neg P$. Y, yendo en la otra dirección, esto implica que P. Por tanto, hemos deducido P y $\neg P$ de nuestra suposición, sin haber usado el *principio del tercero excluido*.

Conclusión: no puede pasar que P y $\neg P$ tengan el mismo valor de verdad.

el Boolos?", y con esto estoy preguntando que cuál es la propiedad (de todas las que hay) que tanto uno como el otro cumplen.

3.7 Lógica modal

La lógica modal intenta acercarse más al pensamiento humano y del lenguaje natural, y lo hace complementando la lógica de predicados (una cualquiera) con *modalidades* que indican las condiciones en las que es cierta o falsa cada proposición. Por ejemplo, añade palabras como *puede*, *podría*, *quizás*, *ha de*, *posiblemente*, *necesariamente*, *a veces*, etc.

Pero esto da muchas complicaciones, ya que el lenguaje natural es muy ambiguo (y a veces lejano a los conceptos en los que pensamos). Consideremos estas dos frases:

1. "Veo unas cuantas nubes. Podría estar lloviendo ahí fuera"
2. "No seas tan optimista; ahora podría estar lloviendo"

En las dos se habla de posibilidad de llover, pero la diferencia está en que en la primera se habla de una cosa que puede pasar en nuestro mundo (*posibilidad epistémica*) mientras que en la segunda, de cómo las cosas podrían haber sido de otra forma en un mundo alternativo al nuestro (*posibilidad metafísica*) (pero esto no hace que peligre nuestro mundo).

En realidad la diferencia es entre posibilidad *remota* (contexto alternativo) y posibilidad *cercana* (contexto actual). En el lenguaje natural a menudo las confundimos cuando tenemos que hacer sugerencias, para parecer más educados ocultando lo que pensamos y comprobando si la otra persona es capaz de deducirlo (si lo es, es que también tiene interés). Por eso decimos "Podríamos ir a tomar un café" en vez de "Podemos ir...". Nosotros alejamos la posibilidad y dejamos que otro la acerque.

Además, el tiempo también nos complica las cosas: si ayer llovió, podemos decir que "Quizás mañana no lloverá", pero algunos no aceptarían un "Quizás ayer no llovió". Parece ser que el pasado es fijo y que, por tanto, todo lo que digamos ha de ser necesariamente cierto o falso.

Las interpretaciones de lógica modal normalmente consideran todos los mundos lógicamente posibles. Si una proposición es cierta en todos los mundos, es *necesariamente* cierta. Si es cierta en nuestro mundo, pero no en todos, es una verdad *contingente*. Y si es cierta en alguno, pero no necesariamente en el nuestro, es una verdad *posible*.

Hay muchas lógicas modales diferentes, aunque no todas formales. Aristóteles ya habla un poco, pero quien la desarrolla son los escolásticos (que consideraban la *esencia* y *accidentes* de las cosas). En la época medieval, las obras importantes de lógica modal son de Guillermo de Ockham (el de la navaja [7]) y John Duns Scotus. La formaliza C. I. Lewis, y otros (Saul Kripke, Vaughan Pratt, A. N. Prior, ...) la complementan. [WP]

3.8 Lógica difusa

Ésta es otra extensión de la lógica booleana, que permite asignar a cada proposición un valor de verdad *real* (de $\mathbb{R}$) entre 0 y 1 en vez de sólo 0 y 1. No es lo mismo que la *probabilidad*: por ejemplo, tenemos estas dos frases:

1. "Estoy un 80 % en la universidad"
2. "Hay una probabilidad del 80 % de que esté en la universidad"

La primera habla de un hecho concreto (no es nada que haya que decidir a cara o cruz), y la puedo decir si aún me falta un 20 % de viaje para llegar en autobús. La segunda, en cambio, no dice nada sobre dónde estoy ahora, pero ayuda a imaginárselo. En este caso, las opciones son sólo dos: o estoy (80 de cada 100 casos) o no estoy (20 de cada 100).

Se supone que la lógica difusa es una de les cosas que los humanos hacemos muy bien y los ordenadores no, pero los métodos para trabajar con valores difusos no son para nada naturales para nosotros; al contrario, hay que hacer muchos cálculos numéricos y gráficos (pensando en funciones complejas).

Además, es un tema que da muchas discusiones (aunque está bastante aceptado que funciona): algunos ingenieros la rechazan (quizás porque el nombre -*fuzzy logic*- sugiere que es una lógica no muy clara, que no se sabe bien cómo funciona), los estadistas continúan prefiriendo la probabilidad para describir la incertidumbre, y otros dicen que no puede ser un superconjunto de la teoría de conjuntos ya que las funciones de pertinencia están definidas mediante conjuntos convencionales. [WP]

El hecho es que se usa en algoritmos y mecanismos de control (lavadoras, ascensores, aire acondicionado, procesado de imágenes, códigos de corrección de errores, etc.) pero no mucho para comprender el lenguaje. Ni siquiera nosotros sabemos dar los valores de verdad de cada cosa que decimos... aunque lo dejáramos en dos o tres valores ("no estoy seguro", "estoy bastante seguro", "estoy muy seguro"), seguiríamos diciendo disparates. Por tanto, dejo la

[7] Navaja de Ockham: "*Dadas dos teorías que consiguen explicar un problema por igual, quédate con la más sencilla*".

A veces se sobre-simplifica a: "La explicación más simple es normalmente la mejor", pero esto tiene dos problemas:

1. la *navaja* original sólo habla de dos explicaciones que son igualmente predictivas y válidas
2. la original no dice cuál es la mejor, sino cuál va bien usar temporalmente (quizás después la complicada es la correcta).

lógica difusa para los ordenadores y la inteligencia artificial, pero no para la nuestra.

3.9 Ilógica

Hay muchas visiones alternativas de cómo piensa la gente y de cómo debería ser la ciencia. Como siempre intentan ser diferentes de la realidad, creo que vale la pena conocer algunas por las ideas que aportan.

El absurdo está presente en muchos sitios; el *surrealismo*, *dadaísmo* y *futurismo* (a principios del siglo XX) ya consideraban que la ilógica era la base del arte. Además, los *patafísicos* ya llevan desde 1893 (con Alfred Jarry) haciendo su versión de la ciencia y metafísica (a base de *patáforas*), aunque no muy estricta. [WP]

Pero la ilógica vive su esplendor mucho antes, gracias a Lewis Carroll (Charles Lutwidge Dodgson, 1832-1898). Cuando salía de pícnic con las hijas de Henry Liddell, iba inventando las historias que después escribiría en *Alice's Adventures in Wonderland* y en *Through the Looking Glass* (aunque lo que él quería escribir era el *Symbolic Logic*, que no iba de aventuras). En los libros de Alicia ya aparecen todo tipo de juegos de lógica e ilógica.

Salen juegos de palabras, parodia, sátira, juegos y adivinanzas, absurdeces, parábolas, sueños y pesadillas, elementos Freudianos, experiencias psicodélicas, referencias a los Liddell y a la comunidad de Oxford, y otros.

Carroll conoce la lógica y el lenguaje, pero la utiliza a su manera, proponiendo ignorar las limitaciones y "*creer las cosas imposibles*". También fue capaz de escribir todo un poema con palabras sin significado (que muchos ya se han encargado de investigar e inventar). Ésta es la primera estrofa del famoso *Jabberwocky*: [WP]

> 'Twas brillig, and the slithy toves
>
> Did gyre and gimble in the wabe;
>
> All mimsy were the borogoves,
>
> And the mome raths outgrabe.

Hay muchos otros sistemas basados en la ilógica. Por ejemplo, el escritor Jorge Luis Borges (1899-1986) escribe en *Tlön, Uqbar, Orbis Tertius*: [Bor40]

> Este monismo o idealismo total invalida la ciencia. Explicar (o juzgar) un hecho es unirlo a otro; esa vinculación, en Tlön, es un estado posterior del sujeto, que no puede afectar o iluminar el estado anterior. Todo estado mental es irreductible: el mero hecho de nombrarlo -id est, de clasificarlo- importa un falseo. De ello cabría deducir que no hay ciencias en Tlön -ni siquiera razonamientos. La paradójica verdad es que existen, en casi innumerable número.

O sea, que cada idea es independiente de las otras, y es inútil buscar relaciones entre ellas. Es similar a lo que querían los sofistas: que no importa el valor de verdad de una proposición, porque esto es una cosa que ha de decidir cada juez, y su decisión es indiscutible.

Otra manifestación del pensamiento ilógico está en las religiones. Aparte de las tradicionales (que no son el tema aquí), hay alguna creada por diversión y basada únicamente en lo absurdo (pero con su conjunto de reglas, leyes, lenguajes, etc.). Son ejemplo el *Pastafarismo* (la del *monstruo del espagueti volador*), y el *Discordianismo* (basada en el caos). [WP]

Un ejemplo del absurdo actual -además de los *Monty Python*- es el proyecto *Uncyclopedia*[8] , parecido a *Wikipedia* (todos la pueden editar), pero donde se acepta toda clase de mentiras, siempre que sean divertidas. Actualmente, con 12 meses de vida, ya tiene más de 18.000 artículos, y por tanto supera a muchos otros medios de comunicación, que además no le llegan al mismo nivel.

Pero, de hecho, en nuestro lenguaje diario continuamos usando la lógica (o intentándolo), en vez de la ilógica. Esto puede ser porque tenemos que conocer bien la lógica para saber saltarnos las reglas a gran escala; o quizás nos comportamos de forma "lógica" por miedo a contradecirnos y quedar en ridículo.

3.10 Lenguaje natural

Llegamos al lenguaje más expresivo (para nosotros) pero más difícil (para las máquinas). De lenguas hay muchas (unas 7.000) y se parecen bastante a la lógica: todos usamos alguna para expresarnos (aunque la tengamos que aprender por obligación), y existen unos cuantos personajes extraños que se dedican a estudiarlas e inventar nuevas.

Como no es temario de la asignatura, sólo explicaré por encima las características interesantes de algunas lenguas, y un poco de historia. Una buena introducción a la diversidad lingüística es [Rel46], y en Internet podemos encontrar muchas páginas sobre el tema.[9]

3.10.1 Algunos ejemplos

El **latín** (hablado y escrito desde los siglos 9 ó 8 aC) es de los complicados, con 5 declinaciones para los nombres y 4 conjugaciones para los verbos. Fue el vehículo de cultura durante más de un milenio, antes de que la *lingua franca* pasase a ser el francés (siglo 18) y después el inglés (siglo 19). Pero, aunque el latín desplazó a las lenguas habladas anteriormente en las provincias romanas, no consiguió imponer su pureza, ya que se distinguían

[8] `http://uncyclopedia.org/`

[9] Por ejemplo, en `http://www.zompist.com/numbers.htm` encontramos en 5.000 idiomas una cosa tan básica como los números del 1 al 10, y son muy diferentes...

dos versiones: el latín perfecto (*sermo nobilis*), la lengua del Senado y de los dirigentes; y el latín del pueblo (*sermo vulgaris*), hablado en la ciudad. Lo que hoy conocemos es el culto, pero el vulgar ha influido mucho más en los idiomas modernos. [Rel46, p. 104]

El **griego** también se habla desde hace mucho y se escribe desde el siglo 14 ó 13 aC. Tiene muchos dialectos (como el eólico, el iónico y el dórico), encima con subdialectos (por ejemplo, el ático, derivado del iónico, es la lengua de Platón y Aristóteles). Durante el reinado de Alejandro Magno (356-323 aC) se creó un dialecto común, el Koiné (Κοινή , común), para poder comunicarse entre su ejército. [WP]

El **castellano** es un idioma fácil en fonética debido a sus 5 vocales, pero no por esto es el idioma más fácil. Los verbos son muy numerosos, y utilizamos casi todas las conjugaciones, incluso el subjuntivo (a diferencia de, por ejemplo, el francés, que también tiene muchas formas verbales, pero sólo se usan unas pocas). Otro problema son los verbos "*ser*" y "*estar*", que a veces indican la misma relación, pero se usan sin mucha lógica (es común escuchar "*es bien*" a los extranjeros). Además, no es lo mismo "*ser bueno*" que "*estar bueno*", ni "*ser listo*" que "*estar listo*". Dicen que "*ser*" es para marcar una relación que se cumple siempre ("*ser alto, bajo, amable*"), y que "*estar*" sirve para hablar de un hecho puntual ("*estoy contento*"). Pero entonces, ¿cómo explicamos que "*Londres está en Inglaterra*"? (si siempre ha estado allí). ¿Y por qué "*ser aprobado*" es el hecho puntual y "*estar aprobado*" la acción duradera? [Rel46, p. 122]

El **catalán** (que quiere decir lo mismo que *castellano*: hombre del castillo), escapó al proceso de castellanización de la Península (igual que el gallego), y por eso se conserva en una forma más arcaica y pura. [Rel46, p. 124]. Aún así, en la actualidad está muy activo y es válido para hablar de nuevas tecnologías, en contraposición con el castellano, en donde no nos gusta escribir el "*cederrón*" o "*deuvedé*" que propone la RAE.

El **japonés** usa cuatro estilos de escritura diferentes: *kanji* (basado en el chino), *romaji* (romanización), *hiragana* (para palabras sueltas o simples), y *katakana* (para palabras extranjeras). Además, tienen cuatro modos para mostrar el respeto que tienen con el hablante, y también numerales diferentes que dependen de la forma o tipo de lo que están contando. Por tanto, los japoneses tienen que saber cambiar de contexto rápidamente. Es un idioma aglutinante (como el vasco), que a partir de sílabas cortas y claras (como nuestras vocales), forma palabras muy largas (como las del alemán, pero con más vocales). Desde el punto de vista lógico es interesante porque un concepto es combinación de partículas pequeñas e indivisibles, algunas de les cuales marcan las funciones de las otras (por ejemplo, *wo* se pone antes del complemento directo). Ejemplo, de [WP]:

watashi wa mainichi gakko e aruite iku

watashi	wa	mainichi	gakko	e	aruite	iku
1a persona	TEMA	cada día	escuela	HACIA A	caminar-ACCIÓN	ir

Cada día yo voy caminando a la escuela

El **chino** es muy diferente del japonés. Cada concepto se expresa en una sílaba, por tanto las palabras chinas son siempre cortas ("*ma, lai, pu, chiang,* ..."). Pero claro, de monosílabos no hay tantos como conceptos (sólo unos 450), y necesariamente se han de repetir. Así obtenemos una ambigüedad impresionante: por ejemplo, "*chi*" puede significar *saber*, *rama*, *miembro*, *recto*, *precio*, *estar quieto*, *mostrar*, *papel*, *sólo*, *sabiduría*, *gobernar*, ... y mucho más. Muy útil para poesía, pero para entenderse, se han ideado dos mecanismos:

- El primero es variar el tono musical de cada sílaba. En el chino mandarín (el dialecto más hablado) hay cuatro entonaciones diferentes para cada sílaba (agudo, agudo pero subiendo, grave pero subiendo, agudo y bajando). Esto es un método bastante curioso para resolver la ambigüedad de una gramática, pero que complica las cosas si queremos hacer un razonamiento escrito o en un ordenador.

- El segundo es usar palabras compuestas. En castellano, *cura* puede querer decir *medicina* o *persona de la iglesia*. Pues para desambiguar podríamos decir *cura-medicina* o *cura-iglesia*. Esto ya es muy apropiado para ser entendido por un ordenador o procedimiento mecánico, pero complica la escritura del idioma.

Pero aparte de esto, el chino es fácil: los nombres no tienen género ni número, el verbo es invariable y no hay artículos. Según [Rel46, p. 51]:

> Insistimos. La gramática china no encierra dificultades. Con que el estudiante aprenda a cantar sin desafinar (pues si lo hace se expone seriamente a decir *cerdo* en vez de *señor*), y se aprenda de memoria los 40.000 caracteres diferentes de la escritura, asunto concluido. Lo demás carece de importancia.

El **inglés** se parece bastante al chino. Por una parte, parece que evoluciona hacia un sistema en donde las palabras son invariables[10] y de una sola sílaba ("*I can make a full phrase with just a lot of short words*") [11]. Pero entonces

[10] El inglés antiguo (*anglosajón*) no lo era: tenía tres géneros para las palabras (femenino, neutro y masculino), y todo un sistema de declinación con 4 casos, y además del singular y plural, un dual, como el griego. También tenía varias terminaciones para el plural; al final ganó la "*s*" del plural actual, pero aún conservamos la "*en*" (por ejemplo en "*oxen*") y el método de cambiar la vocal, como el *umlaut* alemán (*men, feet, teeth*). [Rel46, p. 150]

[11] Incluso, el George Boolos explicó el segundo teorema de incompletitud de Gödel usando sólo monosílabos, en una conferencia recogida en *Logic, Logic and Logic*. También está en: `http://www.everything2.com/index.pl?node_id=1189604`

comienza a ser ambiguo, y los ingleses lo “solucionan” con el segundo método de los chinos: a los 36 significados de “*get*” (según *WordNet*), hay que añadir los desambiguadores: *get around*, *get away*, *get back*, *get high on*, *get into*, *get lost*, *get up*, y así, con 40 o más (según *Moby Thesaurus II*). La mayoría no siguen ninguna lógica (*break up*, *break down*), cosa habitual en el inglés, y que también se sufre en su ortografía y fonética tan ofuscada e imprecisa (el alemán gana en este aspecto). Además, en el inglés también se ha visto el primer método de los chinos, ya que hay palabras que se pronuncian de forma diferente según el contexto (*read* presente y *read* pasado), y muchos homófonos, como *to*/*too*/*two*, *their*/*there*/*they're*, *lead*/*led*, *waist*/*waste*, etc.

3.10.2 Hablar de lógica

Resumiendo: ¡con lenguaje natural no se puede! A parte de la ambigüedad presente por todos lados, está la imprecisión: decimos “*todo*” en vez de “*la mayoría*”, “*siempre*” en vez de “*habitualmente*”, “*sí*” en vez de “*probablemente sí*”, y para ser precisos cuando discutimos tendríamos que preceder cada frase de opinión con un “*Yo creo que ...*”. Parece que es demasiado complicado para hacerlo cada día. Además, aunque una persona se esfuerce mucho en expresarse correctamente y de forma precisa, el receptor volverá a entenderlo mal.

Quizás es que no nos hace falta ser precisos, pero es que incluso con cosas tan básicas como decir las conectivas y negaciones ya tenemos muchos problemas pendientes:

La diferencia más conocida respecto a la lógica de predicados es probablemente el caso de la “*disyunción exclusiva*”. En lógica, $A \vee B$ siempre permite ser cierto debido a $A \wedge B$, pero en lenguaje natural, “*haz una cosa o la otra*” puede indicar exclusividad o no, dependiendo del contexto:

- “*Puedes leer este libro o aquél*”. Naturalmente, también puedes leer los dos.

- “*Me pasaré el jueves o el viernes*”. Para muchos, es sólo *uno* de los dos días.

Cuesta encontrar ejemplos de os exclusivas. En la mayoría de casos, la disyunción es inclusiva, pero tenemos conocimiento externo (muchos axiomas) que nos dice que $\neg(A \wedge B)$. Un ejemplo, traducido de [Keg78]:

“*Juan está en el teatro, o está estudiando en la biblioteca*”

Los autores dicen que no hay ninguna confusión sobre el sentido de *o* aquí, ya que *Juan no puede estar en los dos sitios a la vez*. Pero en realidad, las cosas pueden ser más complicadas de lo que parecen: quizás la obra de teatro se representa en la biblioteca, o quizás el teatro es la biblioteca, o quizás Juan se escapa del teatro de rato en rato para ir a estudiar. La exclusividad no está garantizada, y no se han encontrado frases en las que necesariamente lo esté. [Sta01]

George Boole usaba $x + y$ para referirse a cosas separadas (disyunción exclusiva), pero otros lógicos, como Peirce y Jevons, prefirieron que la operación básica fuese la *o inclusiva*, y, respetando el signo +, inventaron otros símbolos. Parece que Schröder más tarde empezó a usar el + como disyunción inclusiva. [Awb93]

Para acabar: un bonito caso de uso de lógica avanzada en el lenguaje cotidiano es el de la gente que, como respuesta, utilizan alguno de estos comienzos:

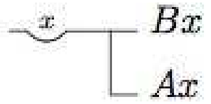
- ¡No! Si ...
- Sí, sí, no, no, ...
- Sí, no, no...
- No, sí, sí, ...
- Sí, no, ...
- etc.

Una *posible* explicación es que conocen la regla *ex falso quodlibet sequitur* (de falso puede salir cualquier cosa, $\Box \vdash A$), y ponen una contradicción nada más comenzar ("Sí, no") para protegerse y poder introducir cualquier proposición sin ningún requisito especial.

Esto es lo único que se me ocurre; la explicación real no la sé... creo que utilizamos "sí" y "no" como sinónimos de partículas que no tenemos, como por ejemplo "*entiendo lo que dices*", o "*rechazo lo que dices*".

3.10.3 ¿Lo respetamos?

El lenguaje lógico es demasiado sencillo como para tener más excepciones que reglas, aunque todos pueden inventarse notaciones nuevas. Por ejemplo, cuando se estaba construyendo la lógica de predicados, Frege proponía esta notación para decir $\forall x(Ax \Rightarrow Bx)$ en el *Begriffsschrift* del 1879 (según [Sta05]):



De la misma forma, algunas personas modifican nuestro lenguaje, y algunos cambios tienen éxito, y otros no. En cada idioma existen unas cuantas reglas para crear palabras nuevas y construir las frases; en algunos, como el esperanto, con sufijos bien definidos (ver sección 3.11.2 en la página 30), y otros, como los lenguajes naturales, con prefijos y sufijos que aprendemos con el uso. Así, somos capaces de crear monstruos como *significatividad*, *reconsideración*, *desafortunadamente*, *operacionalizar*, y otras [12], que ya han perdido el significado aportado por los afijos de tantos que tienen.

Los expertos en el *reconstruccionamiento* del lenguaje son, sobre todo, los políticos y periodistas. Así lo explica Luis Díez Jiménez en [Jim86], donde nos habla del vocabulario tan ridículo y absurdo que impone la televisión y prensa a la sociedad española, que en 1986 ya participa en el entorno europeo después de haber pasado mucho tiempo sin libertad de expresión.

Clasifica todas las burradas y complicaciones excesivas que ve en estas categorías:

1. *Nuevas frases*: a nivel de, a caballo entre[13], hacer una matización, hecho noticioso, no comporta, problemas puntuales, pesimismo visceral, señalizar el final, la problemática que conlleva, etc.

2. *Nuevas palabras*: ejemplificaciones (ejemplos), desfasaje (desfase), homologable (similar), habitualidad (costumbre), listado (lista), novedoso (nuevo), posicionamiento (postura), etc.

3. *Pedantismos*: colisiones viales (choques en la carretera), contencioso (problema), connotación (significado), sinergia (cooperación), diverti-

[12] Poniendo alguna de estas palabras extrañas en un buscador web, se encuentran textos donde aparecen muchas más

[13] A un profesor de economía de la FIB le escuché "*este sistema está a medio caballo entre...*", una extraña mezcla del "*a medio camino*" y el "*a caballo*".

mento (diversión), vehiculizar (conducir), minusvalorar (rebajar), maximalizar (aumentar), coadyuvar (ayudar), etc.

4. *Gramaticales*: por esta tarde (esta tarde), vinistes (viniste), de inmediato (inmediatamente), contradizco (contradigo), etc.

5. *Extranjerismos*: stop, exit, stock, test, parking, dossier, hobby, comic, show, etc.

6. *Eufemismos*: territorio nacional, este país, (España), mandatarios (gobernantes), desempleo (paro), ejecutar a los rehenes (asesinar a los rehenes), presunto ladrón (ladrón), pluviometría adversa (sequía), remodelación (cambio), etc.

7. *Género y número cambiados*: habían dos coches, todos y cada unos, otro de los colectivos son, han habido razones, daños de diversas consideraciones, dado de alto, etc.

8. *Hablar en telegrama*: resaltar que (hay que resaltar que), es todo (esto es todo), etc.

9. *Nombres mal dichos*: Juan Sebastián de Elcano (Juan Sebastián Elcano), etc.

10. *Dequeísmos*: considero de que (considero que), te cuento de que (te cuento que), etc.

11. *Verbos con "de"*: me gusta de comer carne (me gusta comer carne), suelo de montar en moto (suelo montar en moto), no se haga de rogar (no se haga rogar), etc.

12. *Eurogilipuerta varia*: ese señor como persona concreta e individualizada (ese señor), es bastante evidente (es evidente), Carta Magna (Constitución), ambos dos trenes (ambos trenes), conteo (recuento), culturalismo (cultura), climatología (clima), etc.

Y analiza otros ejemplos que ha encontrado en los diarios, como uno que dice que "*la teoría y la práctica han de retroalimentarse*" (¿alimentarse por detrás?).

Todo esto se puede resumir en que hay gente que utiliza las reglas del sistema para hacer construcciones *válidas* pero innecessarias y equivalentes a otras más sencillas. Si los periodistas usaran la lógica de predicados, en los periódicos nos encontraríamos con cosas como $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$ en vez de P.

De vez en cuando hay personas que proponen una simplificación de las palabras de un lenguaje, aunque cambiar los hábitos de los hablantes es muy difícil (también con idiomas artificiales).

3.10.4 Efectos secundarios

Aquí volvemos a la hipótesis de Sapir-Whorf (el lenguaje que hablamos afecta a nuestra manera de ver el mundo). Y hay muchos ejemplos.

Ya se ha dicho que el idioma chino es complicado, y necesita mucha dedicación. Según [Rel46, p. 47], ésta es una razón por la que los chinos nos conocen tan bien, mientras que ellos siguen siendo extraños para nosotros. Su cultura estuvo mucho más desarrollada que la occidental; por ejemplo, tenían grandes ciudades, filosofía, medicina, literatura (incluso imprimían, muchos siglos antes del Gutenberg). Pero cuando vemos un texto en chino, uno piensa que "esto tiene que ser muy complicado" y pierde las ganas. En cambio, los orientales pueden estudiar idiomas aquí e incorporar los conocimientos útiles a su cultura.[14]

De los chinos y japoneses también nos llega la idea de que tienen mucha paciencia: artes marciales, complejas esculturas de marfil, comer con palillos, puzzles de lógica (como el *go*), etc. En mi opinión (y de [Rel46, p. 64]), esto es debido a la dedicación que han de pasar todos los niños cuando aprenden más y más ideogramas del idioma (y lo hacen; el porcentaje de analfabetos en Japón es de menos del 1 %). En cambio, los que gozamos de un lenguaje fácil de aprender como el español, somos conocidos por nuestra vagancia e ineficiencia (como país), y sólo somos reconocidos como inventores de la *fiesta*, la *siesta*, la *paella* y poco más.

También dicen que los japoneses son muy educados. ¿Será porque la noción de respeto ya la tienen incorporada en el lenguaje? Tienen 3 niveles de respeto (normal, educado simple, educado avanzado), con *honoríficos*: afijos que salen en las palabras para mostrar cuánto respeto tienen con la persona con la que hablan (y esto es obligatorio). El tema es más complicado, y se puede consultar más en [WP].

Otro *efecto secundario* del uso de un lenguaje natural concreto es el sexismo. En muchos idiomas, el género está codificado en cada palabra, y siempre estará la duda absurda de por qué *el* Sol es masculino y *la* Luna femenina (¿y por qué no al revés?). En cada idioma se usan géneros diferentes. Después está el tema de los pronombres: no los podemos usar si no sabemos el sexo del individuo en particular. Sobre el inglés, en [Sta05b] citan un texto de M. Frye[15]:

> If I am writing a book review, the use of personal pronouns to refer to the author creates the need to know whether that

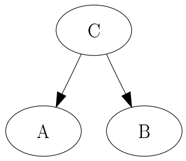
[14] Veo que esto no tiene mucho que ver con historia ni con lógica. Pero de todo esto se ha hablado en clase; por ejemplo, cuando se dijo que los griegos también se inspiraban en otras culturas, simplificándolas si hacía falta (música, medicina, ...), y que también se inventaron nombres para las cosas que veían de los egipcios (pirámides y cocodrilos).

[15] Marilyn Frye, "**The Politics of Reality: Essays in Feminist Theory, Freedom**", 1983. Citado en [Sta05b].

person's reproductive cells are the sort which produce ova or the sort which produce sperm.

El problema es que se hace relevante el sexo donde no debería serlo, y esto ayuda a creer que es muy importante diferenciar el sexo en cualquier área.

En algunos idiomas parece que el masculino es la norma, pero creo que el problema es un de los que estudia la *mereología*[16].



Tenemos el concepto C (por ejemplo, *persona*), que se descompone en dos, A y B (*hombre* y *mujer* en este caso). El problema viene cuando C se llama igual que A o que B; en este ejemplo se da el caso, porque "*hombre*" también es sinónimo de persona en general. Mientras pase esto, no hay mucho a hacer para solucionarlo. [17]

¡La lógica proposicional no tiene estos problemas! Pero se basa siempre en el lenguaje natural, que es quien da interpretación para cada letra de predicado. Aunque sepamos diferenciar sin problemas P, Q y R, después P estará definido como $P(x):$ x es un hombre, y ya tendremos la ambigüedad de siempre.

3.11 Lenguaje artificial

Dicen que los lenguajes artificiales son *más lógicos* que los naturales. Esto debe de ser porque el conjunto de reglas es totalmente conocido (como en cualquier sistema lógico), y porque es posible hacer una gramática que diga qué está bien formado y qué no (como en lógica).

3.11.1 Historia

El sánscrito (ahora uno de los 22 lenguajes oficiales de la India) se hizo más artificial cuando Panini (aprox. en el siglo 5 aC) formalizó las 3.959 reglas morfológicas. Esta gramática es conocida por su perfección, sin redundancias; e incluye metarreglas, transformaciones y recursiones, que ponen la gramática al nivel de una máquina de Turing. [WP] Por esto, Panini es otro candidato para el puesto de "*padre de la informática*", junto con Hilbert.

[16] Rama de la lógica/matemáticas/metafísica que estudia las relaciones parte-todo. El nombre viene del griego *meros* (parte), y empezó en 1927. [WP]

[17] Pasa lo mismo con algunos productos comerciales: A se puede imponer sobre C cuando C tiene un nombre más complicado que A (ej., "*Tipp-Ex*" en vez de "*líquido corrector*"), o cuando el propietario de A tiene un monopolio muy grande y se le permite dar a A el mismo nombre que a C (por ejemplo, de entre todos los *exploradores de Internet*, tenemos uno que se llama "*explorador de Internet*").

Otro idioma antiguo es el llamado *Lingua Ignota*, comentado en el siglo 12 por Hildegard de Bingen; parece que sólo era una invención sobre cuál era el lenguaje de los ángeles, pero no lo habló nadie. En aquellos tiempos también intentaban encontrar cuál era el lenguaje de Adán y Eva antes de la confusión de lenguas. [WP]

El primer proyecto cristiano que busca un lenguaje ideal es el que hace Dante Alighieri (1265-1321) en *De vulgari eloquentia*, estudiando cómo ha de ser el italiano ideal para la literatura. De hecho, su otra obra, *La divina comedia*, es la que definió el italiano moderno.

Ramón Llull (1235-1315) también buscaba el lenguaje perfecto con el *Ars Magna*, para convencer a los infieles sobre las verdades de la fe cristiana. Para otros, el lenguaje perfecto *ya* era la *Biblia* / *Corán* / *Rig Veda* / *libro_sagrado_favorito*; por ejemplo, el árabe escrito actual ha salido directamente del Corán (mientras que el hablado es diferente entre pueblos), y no hay ninguna discusión sobre las palabras que usa (aunque haya extranjerismos), porque es la palabra indiscutible de Alá (Alá es como la RAE aquí, pero le hacen más caso).

La idea de Llull y de la cábala (conocimiento personal del lenguaje de los dioses) se repiten continuamente durante el Renacimiento mezcladas con la magia, y de aquí salen aplicaciones para la *criptografía* (códigos secretos), por ejemplo el manuscrito de Voynich: un libro de hace 600 años, con 272 páginas, con dibujos y todo, pero en un alfabeto y lenguaje desconocidos que aún no se han podido descifrar; no se sabe si fue sólo una broma. [WP]

Los jeroglíficos (que sí que fueron descifrados, en 1822 por Jean François Champollion), y la cultura egipcia, vuelven a ser de interés en el Renacimiento, igual que la escritura china. Johannes Trithemius publica la primera obra sobre criptografía: *Polygraphia* (1518), y *Steganographia* (1606). Intenta explicar cómo todos los lenguajes se pueden reducir a uno solo, pero su reputación como mago de magia negra no le ayuda mucho, y menos en la abadía donde está. [WP]

Continúan los lenguajes filosóficos, que intentan unificar la escritura o el vocabulario. En 1678, Gottfried Leibniz también cree que no podemos razonar fácilmente con el lenguaje natural "*porque está lleno de innumerables equivocaciones*", y cree "*que todas las ideas humanas se pueden resolver en unas pocas, que son las primitivas*". Entonces "*sería posible encontrar definiciones y valores correctos y, por tanto, también las propiedades que están implicadas en la definición, de forma demostrable*". Lo dice en el libro "**On the Universal Science: Characteristic**" (sin fecha), según [Sta02]. Empezó este proyecto enciclopédico ("**An Introduction to a Secret Encyclopedia**", sobre 1679), encontrándose con que "*hay ciertos términos primitivos que pueden ser puestos, no de forma absoluta, pero al menos relativamente a nosotros*" ("**The Art of Discovery**", 1685, ¡qué coincidencia con lo que hacía el Llull!). Parece que dice que aunque no podamos encontrar el lenguaje universal de primitivas, se puede encontrar uno basado en los conceptos que no pueden ser descompuestos más por los humanos.

Leibniz y los enciclopedistas (como Jean le Rond d'Alembert, 1717-1783), vieron que era imposible clasificar en un árbol todo el conocimiento humano de forma inequívoca, y por tanto tampoco era posible este lenguaje. En "**Charactère**", D'Alambert critica todos los proyectos de lenguas *a priori*[18] del pasado siglo, pero el caso es que continúan apareciendo más y más. [WP]

Ahora se siguen creando lenguajes artificiales como intento de idioma universal, para estudiar lingüística, o por diversión. Aquí explicaré unos pocos (3), pero primero unos ejemplos de algunos que son interesantes:

- **Solresol**, 1817: sólo 7 sílabas, representables con notas musicales. La negación se hace cantando las notas al revés.
- **Esperanto**, 1887: deriva del **Volapük**, y tiene muchos descendientes, como el **Ido**.
- **Latino sine flexione**, 1903: por Giuseppe Peano; latín sin declinaciones.
- **Ro**, 1904: cada palabra por sí misma da información sobre lo que quiere decir.
- John Ronald Reuel Tolkien (1892-1973) crea unos cuantos para su ficción; el **Quenya** y el **Sindarin** son los más desarrollados. Incluyen leyendas, no como los otros idiomas artificiales.
- **Basic English**, 1930: sólo 850 palabras, pero conservando las excepciones del inglés, aunque no los *idioms* (frases hechas).
- **Lincos**, 1960: pensado para que los extraterrestres lo puedan entender sin estudiar mucho.
- **Loglan**, 1955 (y **Lojban**, 1987): basado en lógica, y pensado para estudiar la hipótesis de Sapir-Whorf.
- **Klingon**, 1985: para Star Trek; intenta parecer extraño y difícil para los humanos.
- **Toki Pona**, 2001: quiere ser sencillo (reduciéndolo todo a 118 palabras).

[18] Lengua construida *a priori*: hecha desde cero.
Lengua construida *a posteriori*: basada en otras.

3.11.2 Esperanto

Pensado en el 1887 por L. L. Zamenhof (polonés), es probablemente el más usado hoy en día.

Tiene una gramática muy simple y sin excepciones, parecida a lo que podría ser un sistema lógico de los estudiados antes. Se basa en terminaciones:

Los nombres acaban en **o**. Los adjetivos, en **a**. Los adverbios, en **e**.

Los verbos: infinitivo, en **y**. Presente, en **as**. Pasado, en **is**. Futuro, en **os**. Condicional: en **us**. Imperativo: en **u**.

Así se pueden crear muchos conceptos usando sólo una raíz. Por ejemplo,

- **intereso**: interés
- **interesa**: interesante
- **interese**: interesantemente (de forma interesante)
- **interesi**: ser interesante
- **interesas**: es interesante
- **interesis**: fue interesante
- **interesos**: será interesante
- **interesus**: si fuera interesante / sería interesante
- **interesu**: sé interesante

Los sufijos son una buena idea para reducir el número de palabras del vocabulario, ya que el concepto que expresan todas estas palabras es el mismo. Desgraciadamente, esto no hace al idioma inambiguo. De hecho, estas terminaciones sólo sirven para *generar* conceptos, pero hacia el otro lado (*reconocer*), a un procedimiento mecánico le costaría, porque encontramos palabras como **do** (acaba en **o** pero no es nombre, quiere decir *y por tanto*), **de** (que no es un adverbio), y pocas más.

Además, cada palabra se puede construir por composición de otras (por ejemplo, todos entenderán *vortfari* o *vortofari* como *hacer palabras*), y añadiendo sufijos que aportan significados precisos (por ejemplo, *vortfarado*, proceso de hacer palabras). Algunos son:

- Lugar donde se hace alguna cosa: **ej**. *lerni* (aprender), *lernejo* (escuela).
- Recipiente: **uj**. *sukero* (azúcar), *sukerujo* (azucarero).
- Conjunto: **ar**. *vorto* (palabra), *vortaro* (diccionario).
- Herramienta: **il**. *skribi* (escribir), *skribilo* (cualquier cosa que sirva para escribir).

- Hacer a alguien / a sí mismo: **ig**, **iĝ**. *morti* (estar muerto), *mortigi* (matar), *mortiĝi* (matarse).
- Y unos cuantos más; incluso está el **um**: relación indefinida, para cuando ninguno de los otros va bien y el significado se puede entender por el contexto: *folio* (hoja), *foliumi* (hojear).

Todo esto (junto con las preposiciones) permiten crear muchas palabras nuevas sin complicaciones. Algunos creen (ej.: Claude Piron, lingüista y psicólogo) que es más fácil pensar en esperanto que en otros idiomas (otra vez tenemos la hipótesis de Sapir-Whorf). En una conferencia[19] dice:

> Esperanto relies entirely on innate reflexes [and] differs from all other languages in that you can always trust your natural tendency to generalize patterns. [...] The same neuropsychological law [- called by] Jean Piaget *generalizing assimilation* - applies to word formation as well as to grammar.

Pero como otros idiomas, el esperanto tiene el problema del sexismo (ya comentado en 3.10.4 en la página 26), tanto en los pronombres como en la formación del masculino/femenino. Hay una palabra base (ej. *kato*, gato), y el sufijo **-in** para hacer el femenino: (*katino*: gata), pero a un gato en general también se le llama *kato* (dicen que se ha de interpretar de forma "neutra", o sea, un gato o gata). Se ha propuesto usar otro sufijo para el masculino: **-iĉ** para tener *kato*, *katino*, *katiĉo*; pero claro, la lengua ya está hecha y cuesta de cambiar.

3.11.3 Toki Pona

El Toki Pona ("*hablar bien*") es una lengua minimalista y de estudio; no pretende nada en especial, sólo cambiar la forma de pensar. Está basado en la idea de Leibniz de reducir todos los conceptos a unas pocas ideas sencillas; en el caso del Toki Pona, éstas son 118. Son muy pocas, y por tanto la ambigüedad es inevitable. Según la autora, Sonja Elen Kisa, esto no es malo ya que hace fijarse más en el sentido general de lo que queremos, en vez de en los detalles.

Ejemplos de imprecisiones: los animales son *soweli* (mamíferos), *akesi* (reptiles y anfibios), *kala* (pez), *walo* (pájaro), o *pipi* (insecto), pero no hay más divisiones (aunque se puede decir pájaro bueno, pájaro grande, pájaro listo, ...). *moku* indica tanto comer como beber; *pona* ser bueno, simple, arreglar o reparar; *suli*, alto, grande, largo, importante; *toki* es hablar, lenguaje, hola, ... y así con todo. No hay distinción entre presente, pasado

[19] Claude Piron, "**The hidden perverse effect of the current system of international communication**", 2003. `http://www.claude-piron.ch/hidden-perverse-effects.html`

y futuro, ni singular y plural. Los colores se forman juntando las palabras de rojo, amarillo, azul, blanco y negro (ej.: naranja es rojo amarillo). Los números son *wan* (1), *tu* (2), *luka* (5, en realidad quiere decir mano); se pueden combinar para hacer los otros (ej. 5+5+2=12), pero es mejor usar *mute*, muchos. Además, *wan* es unir y *tu* dividir.

Ahora algunas frases hechas, de unas lecciones[20] en Internet:

- *lape pona*: Buenas noches ("descanso bueno").
- *sina suli*: Tú eres importante ("tú grande").
- *sina lon ala lon?*: ¿Estás allí? ("¿tú ser_presente no ser_presente?").
- *mi kama sona e toki pona*: Yo estoy aprendiendo Toki Pona ("yo comenzar conocer hablar bien").
- *jan lawa pi tomo tawa telo li moku*: El capitán del barco está comiendo ("persona a_cargo de casa viajar agua , comer").
- *tomo telo li lon seme?*: ¿Dónde está el lavabo? ("¿casa líquido , estar_presente dónde?").
- *mi wile pana e telo jelo*: Necesito ir a mear ("yo querer dar líquido amarillo").

Aunque sea tan extraño, es útil para ser procesado automáticamente (gramática de 9 reglas), y mucho más fácil que los comúnmente usados, como el inglés. Para hacer pruebas de lógica e inteligencia artificial va muy bien; este nivel de abstracción es el que necesitan los ordenadores.

3.11.4 Lojban

Pasamos al otro lado: mientras que el Toki Pona se basa en la ambigüedad e imprecisión, el Lojban (la *j* como en *bonjour*) quiere erradicarla. Es un derivado del Loglan, creado el 1955 por James Cooke Brown (que fundó el *The Loglan Institute*). En 1987 se formó el *Logical Language Group* para crear un derivado, el Lojban, más completo y con una filosofía libre[21].

Tiene muchas palabras (aunque menos que un lenguaje natural), y es igual de extraño para todos, porque las ha hecho mezclando palabras de los 6 idiomas más comunes. Es culturalmente neutro, no sexista, fácil de pronunciar, y muy expresivo. A la vez, es apto para ser tratada mecánicamente, ya que es inambiguo (en fonética y gramática), y desde el primer momento ha

[20] `http://tokipona.esperanto-jeunes.org/`

[21] No siempre es así. Muchos "idiomas universales" los construyen *para venderlos* al mundo, anunciándolos como la solución a todos los problemas y diciendo cómo de mejores son comparados con el esperanto. Ejemplo: Fasile.

tenido muchos recursos necesarios para ser procesado por ordenador (como gramática y traductor).

El objetivo del Lojban fue jugar un poco con la famosa hipótesis de Sapir Whorf, construyendo un lenguaje *diferente* al resto para ver si esto cambia la forma de pensar. Aún así, se ha hecho con mucho cuidado, y aunque se puede hablar y escribir como cualquier otro, se parece mucho más a la lógica de predicados que a los lenguajes naturales.

El primer hecho curioso es que se escribe en minúsculas y que no hay signos de puntuación, ya que ésta se expresa mediante palabras bien definidas. En el lenguaje natural, donde una simple coma puede cambiar el significado de una frase, tenemos muchos otros signos de puntuación que se han ido definiendo con el tiempo. En [JMA05, p. 25] encontramos la descripción e historia de cada signo:

> ":" para aclaraciones al texto (Platón), "¶" lo usa Aristóteles para separar temas (y desde el siglo 17 se sangra hacia la derecha la primera línea de cada párrafo), los acentos son de Aristófanes de Bizancio (195 aC), igual que "*", para indicar ambigüedad. El "." por Alcuino (735-834) para terminar secciones largas; el apóstrofe, ', para omitir letras (1510), la coma "," el 1534, la exclamación ("!") es del 1553 (Renacimiento), igual que la interrogación ("?", 1587), los paréntesis ( ) del 1750, en 1837 el *et* ("&", *ampersand* en inglés, que es *and-per-se-and*). Y más.

Volviendo al Lojban... éste expresa la puntuación mediante palabras. Por ejemplo, para abrir un tema nuevo, se pone *ni'o* (el apóstrofe es una letra, como la h aspirada del inglés o más suave). Las frases se separan con un *.i* (el punto indica una pausa, está para evitar que las vocales se junten). Una muestra que usaré a partir de aquí:

> *ni'o mi bazi klama ti .i do djica ma lenu tcidu*

Esto intenta decir: "(nuevo tema) Yo iré aquí en el futuro próximo. ¿Qué quieres tú para poder cumplir tu objetivo de leer cosas?". Aunque es difícil traducirlo.

Las palabras principales tienen 5 letras y siempre la misma estructura de consonantes-vocales (CCVCV o CVCCV, ej. *klama*: ir, *djica*: querer, *tcidu*: leer). Hay 1.600, y se pueden combinar sin problemas: *klama djica* es querer ir. Además, cada una tiene una forma abreviada (o más de una). *klama* tiene *kla*, y *djica* tiene *dji*; entonces, en vez de *klama djica* se puede decir *kladji*, que es más corto y continúa pudiéndose descomponer de forma inambigua en sus raíces. Por cierto, la fonética es algo libre, y si algún grupo de consonantes es difícil de pronunciar, se puede insertar una *i* corta en medio (sólo al hablar).

La gestión del tiempo es muy interesante. Básicamente, podemos hablar de presente, pasado, y futuro (*ca*, *pu*, *ba*, respectivamente), pero podemos añadir:

- Distancia temporal: *zi* (corta), *za* (media), *zu* (larga).
- Intervalo de tiempo: *ze'i* (corto), *ze'a* (medio), *ze'u* (largo).
- Regularidad: *di'i* (regularmente), *di'inai* (de tanto en tanto)
- Continuidad: *ru'i* (continuamente), *ru'inai* (de forma intermitente)
- Hábito: *ta'e* (habitualmente), *ta'enai* (no habitualmente)
- Y otras.

Por tanto, si *klama* es ir, *pu klama* es "haber ido", *puzi klama* es "haber ido hace muy poco", *puzu klama* "haber ido hace tiempo", *pu zu ze'u klama* "haber ido hace tiempo y durante mucho rato", *ba zi klama* "estar a punto de ir", *ca ze'i ru'i klama* "ir ahora durante poco rato pero de forma continua", etc. Se pueden hacer muchas combinaciones (las partículas pueden estar juntas o separadas, como es inambiguo no hay diferencia).

Los números se leen enumerando sus cifras (142.857 = "pa vo re bi mu ze", o todo junto); y el "*nada*" y el "*todo*" son números también. Podemos hablar de decimales, diferentes bases, dígitos hexadecimales, operaciones matemáticas de todo tipo, ecuaciones, matrices, conjuntos, teoremas, ... (tiene todo un sublenguaje para matemáticas). Un ejemplo de [LLG97]:

> go li .abu bi'epi'i vei xy. te'a re ve'o su'i by. bi'epi'i xy. su'i cy. du li no gi li xy. du li vei va'a by. ku'e su'i ya vu'u fe'a vei by. bi'ete'a re vu'u vo bi'epi'i .abu bi'epi'i cy. ve'o ku'e ve'o fe'i re bi'epi'i .abu

Esto dice que $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \Longleftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$. Naturalmente, es complicado, porque esto no es el típico tema de conversación con los amigos (y serializar una expresión como ésa de forma inambigua es muy difícil). También podemos decirlo como siempre: "*coges el segundo número, lo elevas al cuadrado, le restas el resultado de la operación anterior, ...*", pero es más largo y posiblemente impreciso.

También podemos hacer lógica difusa: para expresar cantidades, tenemos esta escala:

ro	todos
so'a	casi todos
so'e	muchos
so'i	bastantes
so'o	algunos
so'u	pocos
no	ninguno

Así podemos razonar con cantidades imprecisas, sin perder la precisión.

Pero el Lojban tiene sobre todo lógica proposicional, ya que cada palabra raíz tiene una estructura de lugares fija que podemos llenar (igual que se hace con los *frames* en Inteligencia Artificial). Por ejemplo, *klama* es ir, pero su definición es:

> x1 va a x2, desde x3, por el camino x4, usando x5 como medio de transporte

Y puedo decir cosas como:

> *mi klama ti le zdani zo'e le karce*

Yo voy aquí (*ti*) desde la casa (*le zdani*), por el camino inespecificado (esto quiere decir el *zo'e*, se deja vacío un sitio) usando como transporte un coche (*le karce*). También se puede llenar directamente un sitio determinado (con *fa*, *fe*, *fi*, *fo*, *fu*: *mi klama fu le karce*: yo voy en coche), intercambiar los lugares (más complicado), preguntar uno (*mi klama le zdani ma*: ¿yo desde dónde voy hacia a la casa?), y muchas más cosas. Es un recurso muy potente que permite acceder a mucha información almacenada en cada concepto.

Tratándose de un idioma hecho por lógicos, no tiene problemas con las conectivas. Tenemos los dos tipos de "*o*", valores de verdad de cada construcción[22], distinción entre el *"si"*, "*si y sólo si*", y otros; diferentes "*y*" dependiendo de lo que unen (frases, palabras raíz, elementos de un conjunto, ...), etc. Las conectivas las podemos decir antes de decir los conceptos (planificadas, "*forethought*" según [LLG97, cap. 14]) o una vez ya hemos dicho una de las partes y queremos añadir la segunda ("*afterthought*").

¿Qué pasa con el condicional, que siempre ha dado problemas? Pues aparte de la notación $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$ (que ya no da muchos problemas a los lógicos[23]), están los problemas de causa y efecto. Tenemos cuatro formas diferentes de decir nuestro *porque*:

- *rinka*, para causa física: *la planta crece porque la riegas.*
- *mukti*, para motivación: *me llevé el libro porque lo vi.*
- *krinu*, para justificación: *le dieron el primer premio porque ganó.*
- *nibli*, para implicación lógica: *Sócrates murió porque es humano.*

La negación tiene un papel especial, ya que es un tema complejo que cuesta de tratar sin entrar en problemas. El Lojban propone muchas formas de

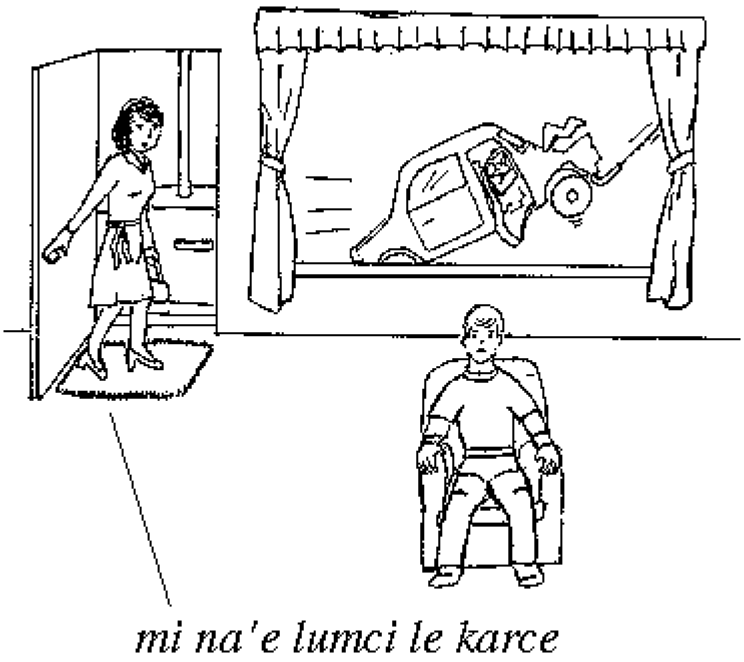
[22] *(Por si está quedando muy aburrido):*
Un lógico está en un ascensor, y entra otro.
- ¿Subes o bajas?
- Sí.

[23] Excepto cuando hay que decidir el valor de verdad de cosas como $\Box \Rightarrow \Box$

negar conceptos. Por ejemplo, tengo la frase genérica "*da broda de*" [24] y la quiero negar. Hay varias maneras:

- No es cierto que *da* tenga esta relación con *de*. Por ejemplo, *da* y *de* podrían no tener ninguna relación.
- Existe una relación entre *da* y *de*, pero no es *broda* (podría ser otra parecida).
- Existe una relación entre *da* y *de*, pero es la totalmente opuesta a la que indica *broda*.

Cada una de éstas tiene una representación diferente en Lojban. En [LLG97, cap. 15] ilustran el problema con:



Dice: "*No he lavado el coche*" (es la negación de "*He lavado el coche*"). Pero literalmente, el tipo de negación que está haciendo es el de "*Yo, con el coche, he hecho una acción diferente a lavar*".

Otra cosa interesante es la asignación de variables. Además de las no especificadas (*da*, *de*, *di*, ...) podemos asignar variables a las cosas. Es parecido

[24] *da*, *de*, *di*, *do*, *du* son palabras comodín en Lojban, como el *foo* y *bar* en el inglés. Pueden representar cualquier cosa.

De la misma manera, *broda*, *brode*, ... son relaciones indefinidas.

Por tanto, "*da broda de*" se ha de entender como "*x hace alguna cosa con y*".

a: "*En un lugar de la Mancha (al que llamaré X), ... no hace mucho que vivía en X un hidalgo (a quien llamaré Y), ...*". No hablamos así porque no tenemos la costumbre, pero para estudiar la hipótesis de Sapir-Whorf hay que cambiar la forma de pensar.

Además, Lojban (y cualquiera que quiera hablar usando la lógica) insiste mucho en diferenciar:

- un *evento* (una cosa que pasa) con un *hecho* (una cosa que se puede pensar, expresar, procesar, ...).
- una *idea*, con la *expresión en palabras de la idea.* Las citas de palabras textuales de alguien se han de poner entre marcadores: *lu* .... *li'u*, pero las palabras no son lo mismo que la idea.
- un *objeto concreto* y "*una cosa que yo tengo en la cabeza y que identifico con este objeto*". Ésta es la versión de "*palabra*" a la que se refiere Humpty Dumpty[25].
- un *grupo de elementos*, y los *elementos* en sí. No es lo mismo "*un grupo de 3 perros me mordió*" (te muerde *el grupo*, pero quizás sólo uno de los perros) que "*3 perros en grupo me mordieron*" (cada uno de ellos te muerde).
- y otras cosas que aún no conozco.

Estas distinciones se hacen para conservar la inambigüedad. Pero, de ninguna manera se puede quitar por completo de un lenguaje. A nivel fonético sí que se puede (y podremos transcribir un texto hablado sin dudas sobre cómo se separan las palabras). La gramática también es inambigua (podemos saber la categoría y función de cada palabra de la frase). Pero a nivel semántico (qué quiere decir cada palabra) y pragmático (qué quiere decir el hablante cuando ha usado esta palabra) continuarán dependiendo de cada persona. Puedo decir "*Yo soy un perro*" y no queda claro si me estoy refiriendo a mi comportamiento, gustos, o a que realmente soy uno; es aplicable otra vez la cita de Humpty Dumpty.

O sea, que el Lojban incorpora muchos conceptos que se han discutido en la lógica durante mucho tiempo (en la parte de formalización, no de razonamiento), y va bien conocer su gramática y las decisiones que han tomado sus creadores. Es un lenguaje aún muy nuevo y que está comenzando a usarse en temas de inteligencia artificial, como la web semántica, razonamiento, traducción automática y lingüística computacional.[26]

[25] *'When I use a word,' Humpty Dumpty said, in rather a scornful tone, 'it means just what I choose it to mean – neither more nor less.'*

"**Through the Looking Glass**", Lewis Carroll, cap. 6

[26] Aunque, en la práctica, no es tan bonito como uno querría. Es más fácil que el lenguaje

4 Conclusiones

- Aún no nos hemos puesto de acuerdo sobre muchas cosas: ¿qué es el conocimiento?, ¿qué es pensar?, ¿cuál es la lengua perfecta? Hay muchas respuestas. También hay muchas lógicas, a gusto de todos.
- La lógica y el lenguaje están muy relacionados. Muchos de los que estudian una cosa acaban haciendo también la otra, a veces sin enterarse. Hay que tener en cuenta que todos usan la lógica, y todos usan el lenguaje.
- Cuando "hacemos lógica" usamos la lógica proposicional de primer orden. La de segundo es demasiado complicada.
- Con el lenguaje natural podemos decir de todo, mucho más que en LP2, pero sin ser estrictos.
- Algunos lenguajes artificiales (como Lojban) se parecen más a la lógica que a otros lenguajes.
- He escrito mucho de idiomas porque quería hablar del Lojban. Y es que creo que refleja muchos problemas que ha tenido la lógica en su historia, y que incorpora muchos modelos lógicos (al menos su sintaxis): lógica de términos (relaciones simples entre dos conceptos), proposicional, de primer orden (raíces con predicados), de segundo orden (permite cuantificar todo), modal (mediante partículas concretas), difusa (implementada mediante decimales entre 0 y 1), ilógica, etc.
- Otra conclusión: me gusta el Lojban (aunque no lo he acabado de estudiar, pero creo que ayudará bastante al estudio de la Inteligencia Artificial).

5 Sobre este documento

Está muy resumido, por falta de tiempo. Quería hablar también de la expresividad que ofrecen unos cuantos lenguajes de programación (que también sirven para representar conocimiento), entre ellos también tenía que estar el mismísimo número de Gödel. También tenía que hablar de qué hace la IA cuando trabajo en estos temes (para procesar lenguaje, se usan cosas muy parecidas al Lojban). Y también quería explicar y aprender más cosas sobre el Ars Magna del Ramón Llull; se supone que era la lengua perfecta pero no sé aún en qué consiste exactamente.

---

natural, pero es demasiado potente para ser reconocido por una gramática sencilla (ya que incorpora mucho *backtracking*, posibilidad de rectificar palabras, referencias, y otras cosas raras).

También quería hacer un apartado de *Aspectos lógicos* y otro de *Aspectos lingüísticos*, donde comparar cada sistema en los siguientes temas: referencias, relaciones indefinidas, conjunción, cuantificación, composición de conceptos, matemáticas, razonamiento; y alfabetos, puntuación, pronunciación, abreviaturas, etimología, reglas y excepciones, gramáticas, ambigüedad, efectos secundarios. Pero son demasiadas cosas, y poco relacionadas con la asignatura, quizás mejor para otro trabajo.

5.1 Bibliografía y referencias

Los recursos que más he consultado son:

- **Wikipedia**: es la fuente principal que he usado para descubrir cosas nuevas, que después he ido comprobando en otras fuentes. También me ha ayudado a encontrar bibliografía relacionada con lo que buscaba. De hecho, las ideas que había en muchos libros también están incluidas en la Wikipedia, e incluso partes de la *Encyclopaedia Britannica* de 1911, que están en el dominio público. He consultado centenares de artículos (la lista es demasiado larga): biografías, descripciones de idiomas, clasificaciones, información sobre libros, y mucho más.

- El libro "**Babel**", de Emilio Relaño, me ha servido como introducción para conocer por encima los tipos y familias de idiomas que hay en el mundo, que son muchas.

- "**Diccionario del español eurogilipuertas**", de Luis Díez Jiménez (autor también de "*Antología del disparate*"), explica en 1986 la tendencia que periodistas y políticos están siguiendo con el lenguaje, complicándolo y creando palabras y construcciones cada vez más ilógicas. Algunas de las palabras de las que se extraña (*inicio*, *finalizar*, ...) ahora ya las hemos asimilado y no nos parecen especiales, pero, según él: "*. . . , y que ahora, a fuerza de oírlos, nos van pareciendo hasta normales, incluidos el* entorno *y el* contexto*, pues, que uno recuerde, antes no se usaban*" (p. 37).

- En la **"Stanford Encyclopedia of Philosophy**" he encontrado artículos largos sobre bastantes temas, con mucha bibliografía. Además es actual, de libre acceso, se entiende bien, y es menos aburrida que la Britannica.

También tengo un listado de obras que me habría gustado mucho leer (y me irían muy bien), pero que no lo he hecho por falta de tiempo:

- Umberto Eco, "**La búsqueda de la lengua perfecta**", 1994. Habla de Llull, Leibniz, Wittgenstein, los jeroglíficos, el esperanto, y muchas otras cosas interesantes.

- Logical Language Group, "**The Complete Lojban Language**", 1997. Toda la gramática, con mucho más contenido histórico, sobre idiomas en general, problemas con los que se encuentra la lógica en cada tema, etc.

- Douglas Hofstadter, "**Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid**", 1999. Muy largo para leer en época de exámenes.

- L.L. Zamenhof, "**Esenco kaj estonteco de la lingvo internacia**", 1900. Habla no exclusivamente del esperanto, sino de lenguas en general, y de les características que cree que ha de tener una internacional.

- Otros libros de Martin Gardner y Lewis Carroll. Para este trabajo me habría ido bien conocer mejor las obras de Leibniz, Llull y Wittgenstein, y quizá otras. Los clásicos (Aristóteles, Platón, ...) no; dicen cosas demasiado locas y no incluyen demostraciones.

A continuación pongo las referencias (a libros o páginas web) que salen durante el trabajo. Muchas son de documentos que he leído del todo; las referencias puntuales o de libros que no conozco las he puesto como pie de página.

Referencias

[WP] **Wikipedia**. Información extraída de todos los idiomas, sobre todo del inglés. `http://www.wikipedia.org/`

[Awb93] Jon Awbrey, "**Differential Logic and Dynamic Systems**", 1993. Lo comparte amablemente en `http://suo.ieee.org/ontology/msg04799.html`.

[Blu02] Nathaniel Bluedorn y Hans Bluedorn, "**The tree of logic**", 2002. `http://www.christianlogic.com/articles/subject_of_logic.htm`

[Bor40] Jorge Luis Borges, "**Tlön, Uqbar, Orbis Tertius**", 1940. `http://www.ciudadseva.com/textos/cuentos/esp/borges/tlon.htm`

[Bri04] "Logic". "**LoveToKnow 1911 Online Encyclopedia**". (basada en la Britannica). `http://11.1911encyclopedia.org/L/LO/LOGIC.htm`

[Cle04] Daniel Clemente, "**Introducción a la deducción natural**", 2004. `http://www.danielclemente.com/logica/dn.html`

[Jim86] Luis Díez Jiménez, "**Diccionario del español eurogilipuertas**", 1986.

[JMA05] JMAiO (Josep M. Albaigès), "La puntuación en el alfabeto", en "**Carrollia**" núm. 86, 2005. `http://www.mensa.es/carrollia/`

[Keg78] Charles W. Kegley y Jacquelyn Ann Kegley, "**Introduction to Logic**", Lanham, Md., 1978. Visto en [Sta01].

[LLG97] Logical Language Group, "**Lojban Reference Grammar**", 1997. `http://www.lojban.org/tiki/tiki-index.php?page=The+Lojban+Reference+Grammar`

[Loz05] Antoni Lozano, **apuntes de ALCC** (Algoritmia, calculabilidad y complejidad), FIB, 2005. `http://www.lsi.upc.edu/~antoni/alcc/pagina.html`

[Rel46] Emilio Relaño: "**Babel (Las lenguas del mundo)**", 1946. Colección Lyke.

[Sal98] Ton Sales, "**Mathematical Logic**", 1998 (y apuntes de clase).

[Sta01] Ray Jennings, "Disjunction", en "**Stanford Encyclopedia of Philosophy**", 2001. `http://plato.stanford.edu/entries/disjunction/`

[Sta02] Mark Kulstad, "Leibniz's Philosophy of Mind", en "**Stanford Encyclopedia of Philosophy**", 2002. `http://plato.stanford.edu/entries/leibniz-mind/`

[Sta04] Murat Aydede, "The Language of Thought Hypothesis", en "**Stanford Encyclopedia of Philosophy**", 2004.`http://plato.stanford.edu/entries/language-thought/`

[Sta05] Edward N. Zalta, "Frege's Logic, Theorem, and Foundations for Arithmetic", en "**Stanford Encyclopedia of Philosophy**", 2005, `http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic/`

[Sta05b] Jennifer Saul, "Feminism and Philosophy of Language", en "**Stanford Encyclopedia of Philosophy**", 2005. `http://plato.stanford.edu/entries/feminism-language/`

[Zam00] L.L. Zamenhof, "**Esenco kaj estonteco de la lingvo internacia**", congreso en París, 1900. `http://storm.prohosting.com/jesuo/esenco0.htm`

5.2 Programas usados

- *LyX 1.3.6* como editor LaTeX. Con las macros *fitch.sty* de Johan W. Klüwer para hacer un esquema de deducción natural.

- *GraphViz* para hacer los grafos (escritos en texto plano), como el del árbol de lógicas.
- *awk* para hacer sustituciones de cadenas por caracteres Unicode (ya que *LyX* aún no permite Unicode).
- *Makefile* para automatizar la generación de todo
- Otros: *ImageMagick*, *iconv*, *xdvi*, *vim*, *txt2tags*
- *Debian Linux* en un Pentium 233 MMX con 64 Mb. RAM.

5.3 Licencia

He cogido imágenes y textos de la Wikipedia (licencia GFDL[27]), por tanto este trabajo también lleva esta licencia libre. La parte mía también está bajo GFDL; no las ideas expresadas (que son de todos) sino la expresión usada. Las imágenes y citas externas no son mías; son de los respectivos autores.

El trabajo se puede descargar (en castellano y catalán) desde `http://www.danielclemente.com/logica/`

Noviembre a 26-12-2005. Daniel Clemente Laboreo. n142857, arroba, gmail.com

[27] Texto completo en: `http://gugs.sindominio.net/licencias/gfdl-1.2-es.html`
Si quieres hacer una obra derivada pero no entiendes la licencia pregunta al autor.